Oskar Perron

7. 5. 1880 – 22. 2. 1975

Im hohen Alter von nahezu 95 Jahren ist Oskar Perron, der Nestor unserer Akademie und einer der hervorragendsten Mathematiker unseres Jahrhunderts, von uns gegangen. Die ungewöhnliche Ursprünglichkeit, Breite und Tiefe seines Lebenswerks hat seinem Namen einen festen Platz in der Geschichte seiner Wissenschaft gesichert. Die verschiedensten Gebiete der Analysis, Zahlentheorie und Algebra, ja schließlich auch noch der Geometrie hat er in über 70jähriger, unermüdlicher Arbeit entscheidend gefördert und mitgeprägt. Bevor wir versuchen, von einigen Richtungen dieser umfassenden Gedankenwelt eine Vorstellung zu geben, sei eine Lebensübersicht vorausgeschickt, für die der Verf. sich u. a. auf freundliche Mitteilungen der hochverehrten Töchter des Verstorbenen sowie auf ein schon 1966 im Geburtsort erschienenes Lebensbild von Karl Huther stützen konnte, in dem vor allem Herkunft und Schulzeit ausführlich geschildert sind.

Die Familie Perron stammt aus einem bis etwa 1700 französischen Alpental der Dauphiné. Als Hugenotten (und zwar Nachkommen einstiger Waldenser) wanderten die Perrons 1698 (nach der 1685 erfolgten Aufhebung des Edikts von Nantes) nach Deutschland aus, zunächst in die Gegend von Darmstadt; etwa ein Jahrhundert später zog einer der Urahnen nach Frankenthal in der Pfalz, wo dann P.s Vater zunächst ein Ledergeschäft führte, später ein Bankhaus begründete. Hier ist der 1880 geborene Oskar P. aufgewachsen und er hat 1898 in Worms die Reifeprüfung abgelegt. In einem Brief an Huther hat er sehr ansprechende Erinnerungen an seine Schulzeit niedergeschrieben, in denen er durchaus anerkennend von seinen Lehrern spricht, dazu den bestimmenden Eindruck hervorhebt, den gewisse mathematische Schulerlebnisse auf ihn machten, so daß die Wahl der Studienrichtung für ihn feststand, wenn sie auch dem Vater gegenüber, der ihn gerne als seinen Nachfolger im Bankfach gesehen hätte, erst durchzusetzen war. P. studierte dann zunächst in München, vorzugsweise bei dem (durch seinen Transzendenzbeweis für π weltberühmten) Lindemann und bei Pringsheim, deren Hauptvorzüge er späterhin vereinigte: die Weite des Blicks des ersteren, die Hochschätzung elementarer Methoden und die peinliche Genauigkeit im einzelnen des zweiten. Weitere Studien führten ihn nach Tübingen, Berlin und schließlich Göttingen, wo Hilbert der wichtigste Lehrer wurde. Nach Abschluß der Lehramtsprüfung und Promotion mit Auszeichnung bei Lindemann (mit einer Arbeit über die Anwendung der ϑ-Funktionen in der Kreiseltheorie 1902) habilitierte er sich 1906 in München, wurde 1910 a.o. Professor in Tübingen, 1914 Ordinarius in Heidelberg. 1915 zum Wehrdienst eingezogen, kehrte er 1918 als Leutnant in einer Vermessungsabteilung mit dem Eisernen Kreuz aus dem Kriege zurück. 1922 wurde er Nachfolger von Pringsheim in München. Der ihm vorausgegangene Ruf seiner besonders klaren und eindrucksvollen Vorlesungen hatte uns damalige Studenten in erwartungsvolle Spannung versetzt; in seiner überaus vielseitigen, erst 10 Jahre nach der 1950 erfolgten Emeritierung abgeschlossenen Lehrtätigkeit hat er diese Erwartungen aufs glänzendste erfüllt. In diese Zeit fallen zahlreiche Ehrungen: die Mitgliedschaft bei den Akademien München (1924), Heidelberg, Göttingen und der Leopoldina Halle; die Ernennung zum Geheimen Regierungsrat und zum Ehrendoktor zunächst der Universität Heidelberg, dann von Mainz, wo besonders seine aufrechte Haltung „in der schweren dunklen Zeit deutscher Geschichte" hervorgehoben wurde; die Verleihung des bayerischen Verdienstordens.

P. hatte 1906 die Ehe mit Hermine geb. Perron, einer entfernten Verwandten geschlossen, die 1961 gestorben ist; ihrem Gedächtnis widmete er das 1962 erschienene Buch über nichteuklidische Geometrie. 1929 wurde ein eigenes Haus bezogen, das im 2. Weltkrieg von Bomben zerschlagen wurde. So wurde ein Behelfsheim in Dießen am Ammersee eingerichtet, das freilich für wissenschaftliche Arbeit wenig geeignet war. P. beschäftigte sich dort mit Zeitkritik in mannigfaltigen rhythmischen Formen; das Schlußgedicht spiegelt die Freude wieder, nunmehr zur geliebten Wissenschaft zurückkehren zu dürfen. 1949 war schließlich das Haus endgültig wieder hergestellt, in dem jetzt die drei Töchter wohnen, deren jüngste ihm in den letzten Jahren den Haushalt geführt hatte. Außer in der Familie fand P. seine Entspannung fast ausschließlich im Hochgebirge; er war Mitglied der Alpenvereinssektion Bayerland und hat neben anderen wohl fast alle wesentlichen Gipfel der nördlichen Kalkalpen erstiegen bez. erklettert, das Totenkirchl im Kaiser 20 mal, zuletzt im Alter von 74 Jahren, dazu ein Dutzend Viertausender wie Montblanc, Matterhorn, Jungfrau; auf manchen Fahrten war sein damaliger Assistent und Schüler, späterer Ordinarius in Kiel, Fritz Lettenmeyer, sein Begleiter. Er selbst schreibt sehr bescheiden von diesen erstaunlichen Leistungen; Fahrten 6. Grades seien ja nicht dabei gewesen.

Bevor wir die Lebensgeschichte verlassen, sei hier eingefügt, daß in den letzten hundert Jahren der Perronschen Sippschaft nicht weniger als drei bedeutende Künstler entsprungen sind: der Bildhauer Philipp P., der auch bei den Bauten Ludwigs II. beteiligt war und für den in Frankenthal seit 1914 ein kleines Museum besteht; der Sänger Carl P., ein ausgezeichneter Bassist, der in Bayreuth bedeutende Rollen wie Wotan, Gunther, Amfortas sang und der erste Darsteller des Barons von Lerchenau im „Rosenkavalier" von Richard Strauß gewesen ist (Dresden 1911); schließlich aus jüngerer Zeit der Maler und Bildhauer Walter P. Sicher enthält die Art, wie Perron seine mathematischen Entwicklungen gestaltete und darbot, einen Zug ins künstlerische (wie ja bekanntlich Pringsheim, der Verehrer Richard Wagners, eine hochkünstlerische Natur war); sein nimmermüdes Streben nach möglichst einfacher, durchsichtiger Begründung wie auch nach wohlabgerundeter Gesamtdarstellung eines Lehrgebäudes beweisen es, wenn es auch bei ihm nicht gerade die Musik war, der seine Begabung zuneigte.

In seiner vielseitigen Forschungstätigkeit hat P. im Gegensatz etwa zu Hilbert, der jeweils einen bestimmten Lebensabschnitt einem und demselben Arbeitsgebiet gewidmet hat, den Wechsel geliebt, also gerne zeitweilig ein Gebiet verlassen, um es vielleicht nach kürzerer oder längerer Frist neu aufzugreifen. Das gab manchem Fachgenossen erwünschte Gelegenheit, sich am Ausbau von ihm begonnener Entwicklungen zu beteiligen. Er hat andererseits nicht die Mühe gescheut, von anderen in unfertiger oder unvollkommener Gestalt Dargestelltes in einwandfreie und bequem lesbare Form zu bringen und damit oft erst in den gesicherten Bestand der Wissenschaft aufzunehmen. Auch dafür gebührt ihm der Dank der Nachwelt. Wenn wir nunmehr P.sche Leistungen auf einigen seiner Forschungsgebiete andeuten, so zumeist sinngemäß in Form von Längsschnitten, nicht in zeitlicher Reihenfolge.

An die Pringsheimsche Gedankenwelt schließen die Arbeiten zur Grundlegung der Zahlenlehre, zur Reihenlehre und zur Theorie der unendlichen Algorithmen an. Zuerst sei an die „Irrationalzahlen" (1. Aufl. 1920) gedacht, lange Jahre (etwa bis zu Niven 1956) die einzige zusammenfassende Darstellung des Gebiets. Nach einer Grundlegung im Anschluß an Dedekind (die er lebhaft gegen Herabsetzung von anderer Seite in Schutz nimmt), bringt das Buch Standarddarstellungen von reellen Zahlen (durch bestimmte Typen von Reihen, Produkten, Kettenbrüchen), Transzendenzsätze von Liouville bis Lindemann, schließlich, in musterhafter Kürze und Klarheit herausgearbeitet, Kroneckersche Sätze über diophantische Approximationen durch Linearformen mit ganzzahligen Koeffizienten. Die darin nur kurz gestreifte „Lehre von den Kettenbrüchen" ist dann in dem 1913–1957 in mehreren Auflagen erschienenen gleichbenannten Werk ausführlich dargestellt. Der 1. arithmetische Teil dürfte auch heute noch nicht seinesgleichen gefunden haben. Er behandelt regelmäßige Kettenbrüche (KB), insbesondere die periodischen für reelle quadratische Zahlen, aber auch halbregelmäßige und komplexe. Dabei wird eingehend auf spezielle KB-Formen eingegangen, ganz besonders aber ihre Bedeutung für die Annäherung irrationaler Zahlen durch rationale herausgearbeitet. So handelt es sich z. B. um Bestwerte für gewisse in Fehlerabschätzungen auftretende Konstante. P. gibt an anderer Stelle aus KBen zu gewinnende Ausdrücke für solche und untersucht die (sehr komplizierte und auch heute noch nicht völlig übersehbare) Menge der auftretenden Werte derselben. P. hat die 3. Auflage dieses Bandes durch Aufnahme neuerer Ergebnisse ohne allzu tiefe Eingriffe wieder auf die Höhe der Zeit gebracht und freute sich, damit gerade zum internationalen Mathematikerkongreß Amsterdam 1954 fertig geworden zu sein. Eine Fülle von Darstellungen analytischer Funktionen enthält der 2. Band; hingewiesen sei auf die umfassende Behandlung des Stieltjeschen Momentenproblems, sowie die wohl erste buchmäßige Behandlung der sogenannten Padéschen Tafel (Approximation von Potenzreihen durch Polynomquotienten), die in der letzten Zeit auch für numerische Zwecke bedeutsam geworden ist. Zu diesem Band ist inzwischen ein Seitenstück erschienen (Wall 1948), das die Zusammenhänge mit der konformen Abbildung (linear-gebrochene Transformationen) in den Vordergrund stellt. Eine Verallgemeinerung der regelmäßigen

KB im Sinne der gleichzeitigen Approximation mehrerer Irrationalzahlen bildet ein von Jacobi eingeführter, von P. in seiner Habilitationsschrift 1907 umfassend untersuchter, heute (L. Bernstein 1971) als Jacobi-Perronscher bezeichneter Algorithmus. Wie P. gezeigt hat, leistet er für die Frage der Annäherungsgüte nicht das entsprechende wie die regelmäßigen KB für eine einzelne Irrationalzahl. Außerdem hat man im Gegensatz zu diesen keine allgemeine Auskunft darüber, wann der Algorithmus periodisch ausfällt. Erst in den 60er Jahren hat L. Bernstein ganze Klassen von Fällen mit periodischer Entwicklung angeben können, was nun P. in seinen letzten Lebensjahren veranlaßt hat, den Fall eines kubischen Zahlkörpers im einzelnen durchzurechnen, allerdings ohne zu einem Entscheid zu gelangen. Er neigte zuletzt zu der Annahme, daß die Periodizität doch nicht allgemein eintritt. Erwähnt sei noch, daß in der Habilitationsschrift gewisse, an sich bemerkenswerte Sätze über Eigenwerte positiver Matrizen auftreten, für die erst in neuester Zeit vereinfachte Beweise gefunden worden sind.

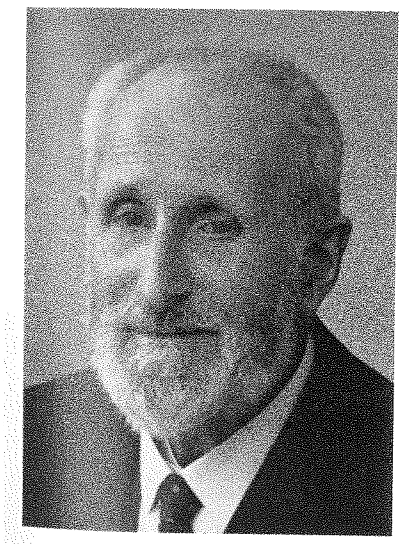
Man sieht, wie die Ketten-Algorithmen von selbst in das Gebiet der diophantischen Approximationen hineinführen, d. h. allgemein zu reden, in die Fragen einer „günstigen" Approximation von Zahlen eines algebraischen Bereichs durch solche eines Teilbereichs. P. ist es, der (nächst Minkowski) als erster für Bereiche aus komplexen Zahlen mit eigenen Methoden weitreichende Untersuchungen dieser Art angestellt hat. Für gleichzeitige Approximation reeller Zahlsysteme, wo Bestwerte in dem oben angedeuteten Sinn nicht bekannt sind, hat er höchst bemerkenswerte Fälle gefunden, wo die betreffende Abschätzungskonstante jedenfalls nicht beliebig klein gemacht werden kann – wie viele „nur" negative Aussagen – ein recht tiefliegendes Ergebnis. In diesem Zusammenhang ist auch die von P. (unter Aufdeckung früherer Irrtümer in der Literatur) aufgeworfene, wenn auch erst später von anderer Seite voll beantwortete Frage nach allen reell-quadratischen Zahlkörpern zu nennen, in denen ein „Euklidischer Algorithmus" und damit eine eindeutige Zerlegung der ganzen Zahlen in Primzahlen vorhanden ist.

In der Reihenlehre liegen besonders wichtige P.sche Ergebnisse auf dem Gebiet der asymptotischen und der divergenten Reihen. In einer grundlegenden, damals wenig beachteten, aber neuerdings nach Gebühr gewürdigten, in unseren Sitzungsberichten 1917 erschienenen Arbeit hat er erstmalig Laplacesche Ansätze zur Asymptotik durch exakte, explizit angegebene Fehlerabschätzungen zu einwandfreien Entwicklungssätzen geführt (nahe verwandt mit dem später so genannten „Watsonschen Lemma" und der „Sattelpunktsmethode"). Mannigfache Anwendungen folgten, so auf die asymptotische Darstellung der Entwicklungskoeffizienten von Lösungen linearer Differentialgleichungen aufgrund des Randverhaltens, oder auf das asymptotische Verhalten hypergeometrischer Funktionen in Abhängigkeit von Parametern. Ein besonders wichtiges Ergebnis ist noch die asymptotische Darstellung der sogenannten z. B. in der Wellenmechanik auftretenden Laguerreschen Polynome in gleichzeitiger Abhängigkeit von Argument und Grad. Weitere kleinere, aber doch grundlegende Bemerkungen zur Asymptotik im allgemeinen seien hier übergangen. Bei der Summation divergenter Reihen bevorzugt P. (etwa im Gegensatz zu Knopp) das Verfahren der konvergenzerzeugenden Faktoren (mit anschließendem Grenzübergang) anstelle der linearen Transformation der Teilsummen. Er liebte auch die aus funktionentheoretischen Vorstellungen entspringenden Methoden, wie die der Eulerschen Reihentransformation und ihrer Verallgemeinerungen. Nicht unerwähnt darf die Gewinnung neuer polynomischer Entwicklungen im „Mittag-Lefflerschen Stern" bleiben, die ja auch als eine Reihensummation durch analytische Fortsetzung angesehen werden kann. Auch die Perronsche Methode zur Auffindung eines singulären Punktes auf dem Konvergenzkreis einer Potenzreihe sei genannt.

Soeben wurde auf das altklassische Gebiet der linearen Differentialgleichungen (DGln) angespielt, auf dem hauptsächlich in zwei Richtungen P. die Entwicklung entscheidend beeinflußt hat: das erste ist die Frage nach Lösungen, die an stark singulären Stellen sich besonders einfach („bestimmt" oder gar „regulär") verhalten. Hilb und Lettenmeyer haben hier angeschlossen, und ganz neuerdings ist auf diesen Grundlagen Herrn Wagenführer ein wichtiger Durchbruch gelungen. Daneben steht die Untersuchung (eindeutiger) Lösungen nach ihrem

Wachstumsverhalten im Unendlichen. P. hat wohl als erster auf diesem Gebiet den (Hadamardschen) Begriff der „Ordnung" eingeführt und Hauptsätze darüber bewiesen. In den letzten Jahrzehnten hat nun Herr Wittich (Karlsruhe) und seine Schule den Anschluß an die neuere Theorie der gebrochenen Funktionen hergestellt (Nevanlinna) und in vielen Fällen die Gesamtheit der Integrale nach ihrem Wachstum zu klassifizieren, umgekehrt DGln durch Wachstumsbedingungen zu charakterisieren vermocht. – Einer endgültigen Einordnung in die Theorie der „algebroiden" Funktionen scheinen noch gewisse höchst merkwürdige P.sche Ergebnisse über „Transzendente Funktionen auf Riemannschen Flächen" zu harren, wo die Verhältnisse wieder entscheidend von der Wachstumsordnung abhängig sind.

Die funktionentheoretische Behandlung von DGln führt auf mannigfache Typen von Rekursionsformeln, in einfachen Fällen zu linearen Differenzengleichungen, wie sie ja auch bei den KB auftreten. In zahlreichen Arbeiten wachsender Allgemeinheit hat P., zunächst mit der nötigen Präzisierung Poincaréscher Sätze beginnend, das asymptotische Verhalten von Zahlfolgen, die Differenzen-Gln genügen, studiert und die Ergebnisse für DGln ausgewertet. Als Verallgemeinerung einer linearen Differenzengleichung kann ein besonderer Typ von Systemen unendlich vieler linearer Gleichungen angesehen werden, die P. (nach Horn) „Summengleichungen" nennt. Von ihnen gibt er z. B. Anwendungen auf DGln unendlich hoher Ordnung (im Wechselspiel mit Hilb); neuerdings sind seine Sätze (und gewisse Erweiterungen durch Paasche) auf Interpolationsprobleme im komplexen angewendet worden (Pittnauer). Parallel zu den Differenzengleichungen hat P. in hoher Allgemeinheit asymptotisches Verhalten und Stabilität bei Differentialgleichungen mit reeller Unabhängiger untersucht, eine wichtige Grundlage auch für die neuesten Entwicklungen auf diesem ja so anwendungswichtigen Gebiet. Als überaus fruchtbar haben sich auch die P.schen Betrachtungen über die Struktur des Lösungsverlaufs in der Umgebung eines singulären Punktes einer (reellen) DGl 1. Ordnung erwiesen, wobei z. B. die rechte Seite als in erster Annäherung linear-gebrochen in den Variablen vorausgesetzt wird.



Oskar Perron
7. 5. 1880 – 22. 2. 1975

In solchem Zusammenhang tritt nun die von P. mit besonders großem Erfolg benützte Methode der sog. „Ober- und Unterfunktionen" auf. Es wird hier z. B. angenommen, daß auf dem oberen und unteren Randstück eines krummlinig begrenzten (quasi-) Winkelraums der Ebene ein in diesem vorgegebenes Richtungsfeld nicht ins Äußere weisen soll, woraus dann zu schließen ist, daß eine Integralkurve durch den Scheitel durch den ganzen Winkelraum fortsetzbar ist. Derartige Betrachtungen sind seither jedermann geläufig, der sich mit der Geometrie der DGln beschäftigt; auch hat man mehr dimensionale Verallgemeinerungen davon. Und doch ist die Grundsituation die anschauliche Quelle für den berühmten P.-schen Integralbegriff geworden, der, wie er zeigt (1914), den Lebesgueschen umfaßt und, wie sich später herausgestellt hat, dem (speziellen) Denjoyschen Integralbegriff gleichwertig ist, wie in besonders lesbarer Form etwa in dem Saksschen Buche „Theory of the Integral" dargelegt wird. Einen weiteren großen Erfolg erzielte P. mit einer verwandten Methode beim Dirichletschen Randwertproblem der Potentialtheorie, wo an die Stelle von Ober- und Unterfunktionen nun sub- und superharmonische Funktionen zu treten haben. Die begriffliche Fassung des Verfahrens bewirkt seine weitreichende Anwendbarkeit selbst bei den neuerdings betrachteten abstrakten Verallgemeinerungen des Problems (etwa bei Brelot als Perron-Wienersches Verfahren). Seine überlegene Beherrschung der Integrationmethoden bei DGln mit reeller Unabhängiger hat P. auch in einer Reihe von Arbeiten zur Himmelsmechanik bewährt, wo er in Erweiterung Poincaréscher Methoden überraschend zahlreiche Fälle periodischer Lösungen von Mehrkörperproblemen aufgefunden hat.

Außer der durch den Grenzbegriff geprägten Betrachtungsweise der Analysis tritt in P.s Arbeiten auch eine starke Vorliebe für die mehr formalen Prozesse der Algebra zutage, wie sich das etwa in dem allbekannten, wiederholt neu aufgelegten Lehrbuch der Algebra kund tut (zuerst 1927), das aus Vorlesungen erwachsen ist. Das Hauptgewicht liegt hier nicht, wie bei den meisten neueren Darstellungen, in der größtmöglichen Allgemeinheit der Grundbegriffe, sondern in der didaktisch äußerst geschickten Gesamtanlage und dem Reichtum an faßlichen, unmittelbar anwendbaren Sätzen und konstruktiven Methoden. An Besonderheiten mag ein schon 70 Jahre alter Unzerlegbarkeitssatz für Polynome erwähnt sein, bei dem nur die Beträge der Beiwerte ins Spiel kommen, der später von anderer Seite funktionentheoretisch erweitert wurde (Petersen) und erst letzthin eine unerwartete Anwendung gestattet hat; die Darstellung des E. Noetherschen Kriteriums für absolute Irreduzibilität; die Durchrechnung des Lösungsgangs für Gleichungen 5. Grades; die Behandlung der Eliminationstheorie unter Vermeidung des Idealbegriffs aufgrund der Mertensschen Resultante. In diesen Zusammenhang gehören auch wertvolle Beiträge zur algebraischen Geometrie insbesondere der Hyperflächen, die eine rationale Parameterdarstellung gestatten. Eine briefliche Auseinandersetzung mit Severi über Grundbegriffe wie Resultante und Vielfachheit endete damit, daß dieser die Revisionsbedürftigkeit seiner Grundlagen anerkannte, und sich schließlich der von André Weil (1945) gegebenen Grundlegung anschloß.

Noch im hohen Alter hat P. (1962) das schon erwähnte, für Studenten gedachte Buch „Nichteuklidische Elementargeometrie der Ebene" herausgebracht. Er gibt darin einen eigenen direkten axiomatischen Zugang zur absoluten und hyperbolischen Geometrie, also ohne Einbau in die projektive Geometrie (wie bei Klein), aber auch insofern von Hilbert abweichend, als keine Unabhängigkeit der Axiome angestrebt wird, und die Grundbegriffe (Punkt, Gerade, Ebene) durch eine Art von „Wesensschau" eingeführt werden. Noch viele Einzelfragen, etwa nach dem Schwerpunktsbegriff oder dem Pascalschen Satz in der nichteuklidischen Geometrie hat P. in Veröffentlichungen seiner letzten Lebensjahre behandelt.

Mit Vorlesungen über dieses Gebiet hat P. sich, wie er sagt, in den Jahren nach seiner Emeritierung „vergnügt". Ein andermal nennt er die Mathematik eine „fröhliche Wissenschaft": „Mini-Mammon und Maxi-Mens" scherzte er. Man denkt an Fontanes Wendung „Wer schaffen will, muß fröhlich sein". Dabei fühlte er sich aufs engste mit den Klassikern unserer Wissenschaft bzw. ihrem Erbe verbunden („ein neuer Lagrange muß kommen" – zur Lösung des zu seinem Schmerz von ihm nicht mehr zu bewältigenden Periodizitätsproblems), während er gegenüber der abstrakten Entwicklung in der neuesten Mathematik ernste Bedenken äußerte. Bei unserem Besuch zum 90. Geburtstag rechnete ich mit einer Bemerkung in dieser Richtung. Aber seine letzte, mit großem Ernst vorgetragene Mahnung war eine Warnung vor Eingriffen im Gebiet des menschlichen Erbgangs, wie wir sie in diesen Tagen von hochgestellter Seite ähnlich gehört haben. „Das ist Sünde" drückte er sich aus, für mich ein unvergeßliches Zeugnis für die Tiefe auch seiner menschlichen Persönlichkeit.

Hermann Schmidt